Estratégia Vestibulares

CORREÇÃO

UFU 2023

MATEMÁTICA - 2ª FASE

Prof. Andrew Cazé

SUMÁRIO

1. QUESTÕES 4

1.1. GABARITO 5

2. QUESTÕES RESOLVIDAS E COMENTADAS 6

Bem-vindo(a) ao Estratégia Vestibulares!

Fala, *galera*!

Tudo certo com você? Espero que sim.

Eu sou o **Andrew Cazemiro**, professor do **Estratégia Vestibulares.**

Estudei matemática na **Universidade Estadual do Amazonas - UEA**, faculdade na qual conclui o curso de **Direito**. Leciono Matemática no Estratégia Vestibulares e quero te ajudar a conquistar a sua tão sonhada aprovação!

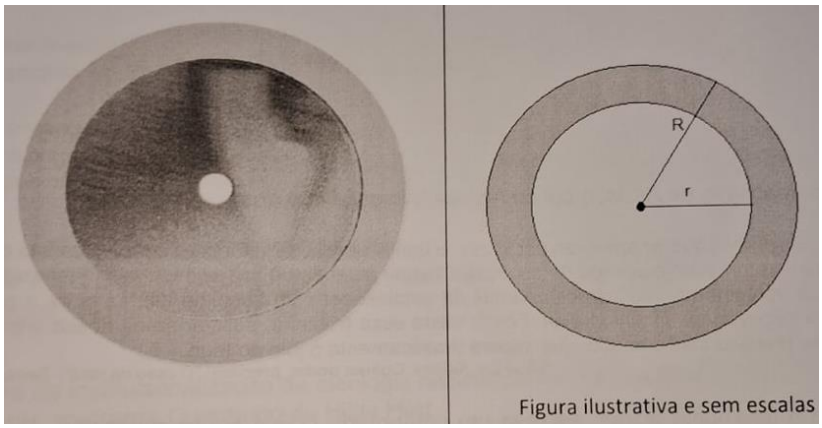
Preparei essa **resolução** de prova para que você tire as suas dúvidas e acelere o seu aprendizado.

Você pode me encontrar nas seguintes redes sociais (***@professorcaze***), para conteúdos extra de Matemática:

Forte abraço e bons estudos!

1. QUESTÕES

1. (Andrew Cazé) Considere o disco diamantado abaixo.



Esse disco corresponde a dois círculos concêntricos de raios, respectivamente, R e r, em que R > r, conforme indicado na figura da direita. Além disso, a área da região sombreada dessa figura à direita é igual a 20π cm², e a diferença entre os raios é de 2 cm.

Com base nessas informações, resolva os itens abaixo, <u>justificando suas respostas.</u>

A) Determine os valores, em cm, dos raios r e R.

B) Determine o comprimento de um segmento de reta interno à região sombreada, posicionado de tal maneira que tenha o maior comprimento possível.

---

2. (Andrew Cazé) No desenvolvimento dos estudos para obter um suplemento alimentar, uma pesquisadora misturou três tipos de rações, respectivamente, x gramas da ração I, y gramas da ração II e z gramas da ração III. Ela avaliou os preços por grama e em reais, oferecidos no mercado, e as quantidades de unidades de vitaminas A, B e C presentes em 1 grama de cada tipo de ração. Essa avaliação está descrita na tabela abaixo.

	Ração I	**Ração II**	**Ração III**
Unidades de vitamina A	3	4	6
Unidades de vitamina B	6	6	0
Unidades de vitamina C	9	10	6
Preço (em reais) por grama	0,4	0,6	0,7

Em um ensaio inicial, a pesquisadora planejou obter um suplemento que contivesse exatamente 10 unidades de vitamina A, 12 unidades de vitamina B e 22 unidades de vitamina C.

Considerando essas informações, relativamente aos valores possíveis de x, y e com o ensaio inicial descrito, resolva os itens abaixo, justificando suas respostas:

A) Descreva a lei de formação e o domínio de uma função de uma variável corresponde a variação dos preços do suplemento, nas condições do ensaio.

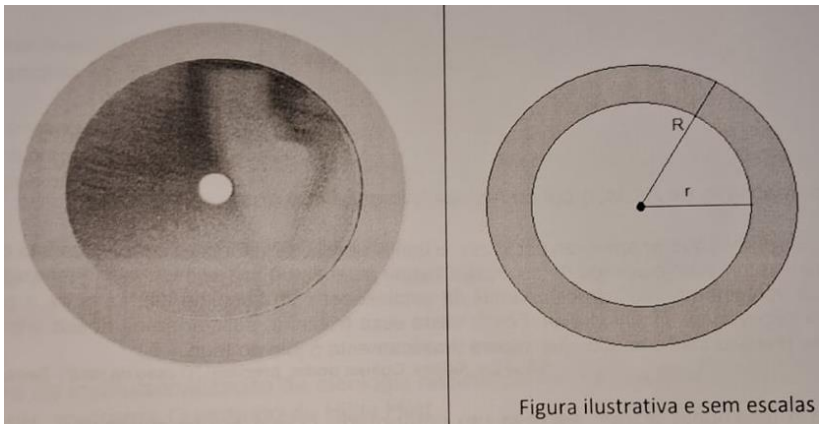
B) Determine os valores de x, y e z de forma que o preço seja a média aritmética entre os preços máximo e mínimo do suplemento, nas condições do ensaio.

1.1. GABARITO

1. A)	**1.** B)
2. A)	**2.** B)

2. QUESTÕES RESOLVIDAS E COMENTADAS

1. (Andrew Cazé) Considere o disco diamantado abaixo.



Esse disco corresponde a dois círculos concêntricos de raios, respectivamente, R e r, em que R > r, conforme indicado na figura da direita. Além disso, a área da região sombreada dessa figura à direita é igual a 20π cm², e a diferença entre os raios é de 2 cm.

Com base nessas informações, resolva os itens abaixo, <u>justificando suas respostas.</u>

A) Determine os valores, em cm, dos raios r e R.

B) Determine o comprimento de um segmento de reta interno à região sombreada, posicionado de tal maneira que tenha o maior comprimento possível.

Comentários:

A) Determine os valores, em cm, dos raios r e R.

Do enunciado, temos a seguinte relação entre os raios:

$$R = r + 2$$

A figura da direita mostra uma coroa circular, cuja área é calculada por:

$$Área\ coroa\ circular = (R^2 - r^2) \cdot \pi$$

Onde R é o raio da circunferência maior e r é o raio da menor.

Dessa forma:

$$(R^2 - r^2) \cdot \pi = 20\pi$$

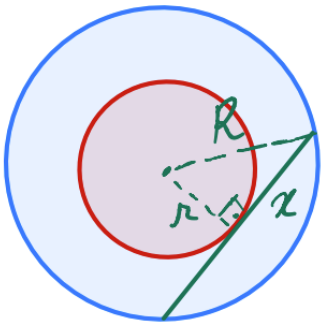
$$[(r + 2)^2 - r^2] \cdot \pi = 20\pi$$

$$r^2 + 4r + 4 - r^2 = 20$$
$$4r = 16$$
$$r = 4\ cm$$

$$\therefore R = 6\ cm$$

B) Determine o comprimento de um segmento de reta interno à região sombreada, posicionado de tal maneira que tenha o maior comprimento possível.

A maior corda possível, na coroa circular, é um segmento tangente à circunferência menor:



Aplicando, o teorema de Pitágoras, temos:

$$x^2 + r^2 = R^2$$
$$x^2 + 4^2 = 6^2$$
$$x^2 = 36 - 16$$
$$x^2 = 20$$
$$x = \sqrt{20}$$
$$x = 2\sqrt{5}$$

Sendo assim:

$$2x = 4\sqrt{5}\ cm$$

Gabarito:

A) $\boldsymbol{r = 4cm\ e\ R = 6cm}$

B) $\boldsymbol{4\sqrt{5}\ cm}$

---

2. (Andrew Cazé) No desenvolvimento dos estudos para obter um suplemento alimentar, uma pesquisadora misturou três tipos de rações, respectivamente, x gramas da ração I, y gramas da ração II e z gramas da ração III. Ela avaliou os preços por grama e em reais, oferecidos no mercado, e as quantidades de unidades de vitaminas A, B e C presentes em 1 grama de cada tipo de ração. Essa avaliação está descrita na tabela abaixo.

	Ração I	Ração II	Ração III
Unidades de vitamina A	3	4	6
Unidades de vitamina B	6	6	0

Unidades de vitamina C	9	10	6
Preço (em reais) por grama	0,4	0,6	0,7

Em um ensaio inicial, a pesquisadora planejou obter um suplemento que contivesse exatamente 10 unidades de vitamina A, 12 unidades de vitamina B e 22 unidades de vitamina C.

Considerando essas informações, relativamente aos valores possíveis de x, y e com o ensaio inicial descrito, resolva os itens abaixo, justificando suas respostas:

A) Descreva a lei de formação e o domínio de uma função de uma variável corresponde a variação dos preços do suplemento, nas condições do ensaio.

B) Determine os valores de x, y e z de forma que o preço seja a média aritmética entre os preços máximo e mínimo do suplemento, nas condições do ensaio.

Comentários:

A) Descreva a lei de formação e o domínio de uma função de uma variável corresponde a variação dos preços do suplemento, nas condições do ensaio.

Da tabela, temos o seguinte sistema:

$$\begin{cases} \mathbf{3x + 4y + 6z = 10} \\ \mathbf{6x + 6y = 12} \\ \mathbf{9x + 10y + 6z = 22} \end{cases}$$

Simplificando a equação do meio e isolando y:

$$6x + 6y = 12 \ (\div 6)$$

$$x + y = 2$$

$$y = 2 - x$$

Substituindo na primeira equação e isolando z:

$$\mathbf{3x + 4y + 6z = 10}$$

$$3x + 4(2 - x) + 6z = 10$$

$$3x + 8 - 4x + 6z = 10$$

$$6z = 2 + x$$

$$z = \frac{2 + x}{6}$$

Dessa forma, temos todas as variáveis em função de x.

Sabe-se que x, y e z indicam quantidades em gramas, então devem ser positivos.

Assim, temos a seguinte condição de existência:

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

$$2 - x \geq 0$$

$$x \leq 2$$

Portanto:

$$\mathbf{0 \leqslant x \leqslant 2}$$

Relacionando o valor gasto, p(x), com o valor de x, temos:

$$P(x, y, z) = 0{,}4x + 0{,}6y + 0{,}7z$$

$$\boldsymbol{P(x) = 0,4x + 0,6(2 - x) + 0,7\left(\frac{2 + x}{6}\right)}$$

$$\boldsymbol{60P(x) = 24x + 72 - 36x + 14 + 7x}$$

$$\boldsymbol{60p(x) = -5x + 86}$$

$$\boldsymbol{P(x) = -\frac{5}{60}x + \frac{86}{60}}$$

$$\boldsymbol{P(x) = -\frac{x}{12} + \frac{43}{30}}$$

Dessa forma, p(x) é uma função do 1º grau, cujo domínio é:

$$D_p = \{x \in R \mid 0 \leqslant x \leqslant 2\}$$

B) Determine os valores de x, y e z de forma que o preço seja a média aritmética entre os preços máximo e mínimo do suplemento, nas condições do ensaio.

O valor máximo para x é 2 e o valor mínimo de x é 0, então:

$$\boldsymbol{P(0) = -\frac{0}{12} + \frac{43}{30}}$$

$$\boldsymbol{P(0) = \frac{43}{30}}$$

$$\boldsymbol{P(2) = -\frac{2}{12} + \frac{43}{30}}$$

$$\boldsymbol{P(2) = \frac{38}{30}}$$

A média aritmética entre esses valores é:

$$\bar{x} = \frac{\left(\frac{43}{30} + \frac{38}{30}\right)}{2}$$

$$\bar{x} = \frac{81}{60}$$

Dessa forma, temos a seguinte igualdade:

$$\boldsymbol{P(x)} = -\frac{\boldsymbol{x}}{\mathbf{12}} + \frac{\mathbf{43}}{\mathbf{30}} = \frac{81}{60}$$

$$-\frac{\boldsymbol{x}}{\mathbf{12}} + \frac{\mathbf{43}}{\mathbf{30}} = \frac{81}{60}$$

$$x = 1$$

Com o valor de x, podemos encontrar y e z:

$$y = 2 - x$$

$$y = 2 - 1$$

$$y = 1$$

$$z = \frac{2 + x}{6}$$

$$z = \frac{2 + 1}{6}$$

$$z = \frac{3}{6}$$

$$z = \frac{1}{2}$$

Gabarito:

A) $\boldsymbol{P(x)} = -\frac{\boldsymbol{x}}{\mathbf{12}} + \frac{\mathbf{43}}{\mathbf{30}}$ **e** $D_p = \{x \in R \mid 0 \leqslant x \leqslant 2\}$

B) $(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{z}) = (\mathbf{1}, \mathbf{2}, \boldsymbol{z})$