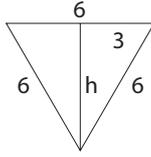
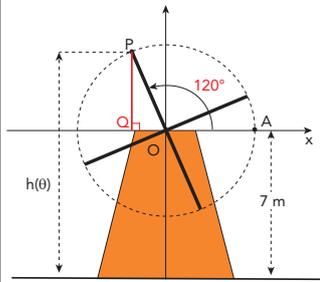


PADRÃO DE RESPOSTAS
(VALOR POR QUESTÃO: 2,00 PONTOS)

| Questão | Resposta |
|---------|--|
| 1 | $M = \frac{30 + 25 + 25 + 35 + 25 + 25 + 20 + 35 + 25 + 25 + 15 + 15}{12} = 25$ |
| 2 | <p>Considere que:</p> <p>o n° de porções de 100 g de $\begin{cases} \text{pão} = x \\ \text{fruta} = y \\ \text{iogurte} = z \end{cases}$</p> $\begin{cases} 8x + 4z = 16 & \textcircled{I} \\ 60x + 20y + 2z = 124 & \textcircled{II} \\ 4x + 3z = 10 & \textcircled{III} \end{cases}$ <p>Usando \textcircled{I} e \textcircled{II}:</p> $\begin{cases} 8x + 4z = 16 \\ 4x + 3z = 10 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x + z = 4 \\ 4x + 3z = 10 \end{cases}$ <p>$z = 4 - 2x \rightarrow 4x + 3(4 - 2x) = 10$</p> <p>$4x + 12 - 6x = 10 \rightarrow 2x = 2 \rightarrow x = 1 \rightarrow$ porção de pão</p> <p>$z = 4 - 2 \cdot 1 = 4 - 2 = 2 \quad z = 2 \rightarrow$ porção de iogurte</p> <p>Substituindo em II:</p> <p>$60 \cdot 1 + 20y + 2 \cdot 2 = 124 \rightarrow 60 + 20y + 4 = 124$</p> <p>$20y = 60 \rightarrow y = 3 \rightarrow$ porção de fruta</p> |
| 3 | <p>Área do círculo: $\pi 6^2 = 36\pi \text{ cm}^2$</p> <p>Lado do hexágono = raio</p> <p>$h^2 + 3^2 = 6^2$</p> <p>$h^2 = 36 - 9 \rightarrow h = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$</p> <p>Área do triângulo equilátero = $\frac{6 \times 3\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3} \text{ cm}^2$</p> <p>Área do hexágono = $6 \times 9\sqrt{3} \text{ cm}^2 = 54\sqrt{3} \text{ cm}^2$</p> <p>Área círculo - Área hexágono = $36\pi - 54 \times \sqrt{3} = 36\pi - 54\sqrt{3} = 18(2\pi - 3\sqrt{3}) \text{ cm}^2$</p> <p>Área da região destacada = $\frac{18(2\pi - 3\sqrt{3})}{6} = 3(2\pi - 3\sqrt{3}) \text{ cm}^2$</p>  |



4 No esquema dado, traçado PQ perpendicular ao eixo x, a altura do ponto P é igual a:

$$h(120^\circ) = 7 + \overline{PQ}$$

O triângulo OPQ é retângulo com hipotenusa OP, que mede 4 metros, sendo $\widehat{POQ} = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$.

O cateto oposto a esse ângulo mede $\overline{PQ} = \overline{OP} \cdot \text{sen } 60^\circ \therefore \overline{PQ} = 4 \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} \text{ m}$

Logo, a altura do ponto P é $h(120^\circ) = 7 + 2\sqrt{3} \text{ m}$.

5

Aplicação Alfa: $M = C + J = 2.000 + 2.000 \cdot \frac{12}{100} \cdot 5 = 3.200$

Aplicação Beta: $Y = 3.200 + x$ de modo que $1.050 = Y[(1,1)^2 - 1] \rightarrow 1.050 = Y[0,21] \rightarrow$

$$Y = \frac{1.050}{0,21} = 5.000$$

Então, $x = 5.000 - 3.200 = 1.800$.

6

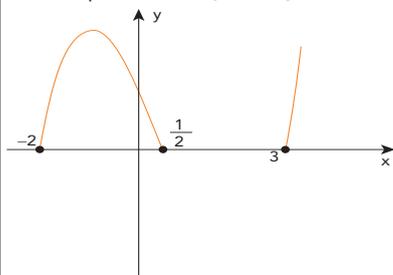
1º) As raízes são os valores de x tais que $P(x) = 0$.

Logo, $P(x) = (x - 3)(2x^2 + 3x - 2) = 0$

$$\left\{ \begin{array}{l} x - 3 = 0 \therefore x = 3 \\ \text{ou} \\ 2x^2 + 3x - 2 = 0 \therefore x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-2)}}{2 \cdot 2} = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{4} \end{array} \right. \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = -2 \end{cases}$$

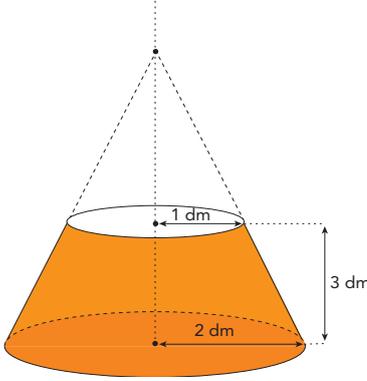
As raízes de P(x) são $3, \frac{1}{2}$ e -2 .

2º) Os pontos (x, y) do gráfico da função para os quais $y = P(x) \geq 0$ estão ilustrados na figura a seguir.



Assim, os valores de x que são soluções de $P(x) \geq 0$ são $-2 \leq x \leq \frac{1}{2}$ ou $x \geq 3$.

| | |
|---|--|
| 7 | <p>1º) No momento inicial $x = 0$, havia um único contaminado, isto é, $y = 1$. Logo,</p> $1 = 46 - k \cdot 3^{-0,1 \times 0} \Rightarrow 1 = 46 - k \Rightarrow k = 45$ <p>2º) No momento x_1, havia 31 alunos contaminados, isto é, $y = 31$. Logo,</p> $31 = 46 - 45 \cdot 3^{-0,1x_1} \Rightarrow -15 = -45 \cdot 3^{-0,1x_1} \Rightarrow \frac{1}{3} = 3^{-0,1x_1} \Rightarrow 0,1x_1 = 1 \Rightarrow x_1 = 10$ |
|---|--|

| | |
|---|--|
| 8 |  <p>O volume do tronco de cone é igual ao volume V do cone maior de altura $3 + x$ menos o volume v do cone menor de altura x. Como esses dois cones são semelhantes, a razão das suas alturas é igual a razão dos seus lados:</p> $\frac{x}{3 + x} = \frac{1}{2} \therefore 2x = 3 + x \therefore x = 3$ <p>Assim, as alturas do cone menor e do maior medem, respectivamente, 3 dm e 6 dm.</p> <p>Como o volume do cone é igual a $\frac{1}{3} \times (\text{área da base}) \times (\text{altura})$, o volume desse tronco é:</p> $V = \frac{1}{3} \times (\pi \cdot 2^2) \times 6$ $v = \frac{1}{3} \times (\pi \cdot 1^2) \times 3$ $V - v = \frac{1}{3} \times (\pi \cdot 2^2) \times 6 - \frac{1}{3} \times (\pi \cdot 1^2) \times 3 \therefore V - v = 8\pi - \pi = 7\pi \text{ dm}^3$ <p>Substituindo o valor de π, o volume do tronco é igual a $V - v = 7 \cdot \frac{22}{7} = 22 \text{ dm}^3$, ou seja, 22 litros.</p> |
|---|--|

| | |
|----|---|
| 9 | $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots > 95\%. \text{ 1L}$ $S_n = \frac{a_1 (q^n - 1)}{q - 1} \rightarrow S_n > \frac{95}{100}$ $\frac{\frac{1}{2} \left(\left(\frac{1}{2} \right)^n - 1 \right)}{-\frac{1}{2}} > \frac{95}{100} \rightarrow -\left(\frac{1}{2} \right)^n + 1 > \frac{95}{100} \rightarrow -\left(\frac{1}{2} \right)^n > -\frac{5}{100}$ $\log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2} \right)^n > \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{5}{100} \right)$ $n > \frac{\log 5 - \log 100}{\log \frac{1}{2}}$ $n > \frac{\log 10 - \log 2 - \log 10^2}{-\log 2}$ $n > \frac{1 - 0,3 - 2}{-0,3}$ $n > \frac{-1,3}{-0,3}$ $n > \frac{13}{3} \rightarrow n > 4,333\dots \rightarrow n = 5$ |
| 10 | <p>A probabilidade é o número de casos favoráveis, com a ocorrência de apenas dois números iguais dividido pelo número total de casos possíveis. Considere que as pessoas são A, B, C e D. Como cada pessoa tem cinco escolhas, o número total de escolhas das quatro pessoas é: $5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$</p> <p>Para encerrar o sorteio, duas entre as quatro devem escolher o mesmo número, e isso pode ocorrer em:</p> $C_4^2 = \frac{4 \times 3}{2!} = 6 \text{ casos: AB, AC, AD, BC, BD e DE.}$ <p>Digamos que A e B escolhem o mesmo número. Então, A tem cinco escolhas, B tem apenas uma, C e D têm, respectivamente, quatro e três escolhas. Pelo princípio multiplicativo, há $5 \times 1 \times 4 \times 3 = 60$ modos de essas duas pessoas ganharem o presente. Assim, o número de modos de os presentes serem distribuídos no primeiro sorteio é $6 \times 60 = 360$.</p> <p>A probabilidade de isso ocorrer é $P = \frac{360}{625} = \frac{72}{125}$.</p> |